Trường ĐH Sư Phạm Kỹ Thuật Tp HCM **Đáp án môn: TOÁN 3 (MATH132601)**
Khoa KHƯD-Bộ môn Toán **Ngày thi: 22/07/2025**

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1	1	$\mathbf{F}(t) = (1+t)\mathbf{i} - 3t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}$ $\mathbf{F}'(t) = \langle 1, -3, \frac{1}{2\sqrt{t}} \rangle$ Véc tơ tiếp tuyến tại $t = 1$ là $\mathbf{F}'(1) = \langle 1, -3, \frac{1}{2} \rangle$ $\int \mathbf{F}(t)dt = \left(t + \frac{t^2}{2}\right)\mathbf{i} - \frac{3}{2}t^2\mathbf{j} + \frac{2}{3}t\sqrt{t}\,\mathbf{k} + \mathbf{C}$	0.5 0.5 0.5
2		$F_x = \frac{2xz}{x^2+y^2+1}, F_y = \frac{2yz}{x^2+y^2+1} - e^y, F_z = \ln(x^2+y^2+1) + 2z$ $x_t = -\sin t, y_t = \cos t, z_t = -2$ Tại $t = 0$ ta có $x = 1, y = 0, z = 0$ $\frac{dF}{dt} = F_x.x_t + F_y.y_t + F_z.z_t$ $\frac{dF}{dt}(0) = -1 - 2\ln 2$	0.25 0.25 0.25 0.25
3		$F = x^2 - 3xy + y^2 + 2025 - z$ $\nabla \mathrm{F} = \langle 2x - 3y, -3x + 2y, -1 \rangle$ $\nabla F(M) = \langle 10, -15, -1 \rangle$ Phương trình mặt phẳng tiếp xúc tại M là $10(x-5) - 15y - (z - 2050) = 0$ $\Leftrightarrow z = 10x - 15y + 2000$ Hoặc có thể tính $z_x, z_y \rightarrow ptmptx$	0.5 0.25 0.25
4		$f(x,y) = \frac{1}{4}x^4 - 4xy^2 - 2x^2 + 8y^2$ $f_x = x^3 - 4y^2 - 4x, f_y = -8xy + 16y$ Giải hệ $\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4y^2 - 4x = 0\ (1) \\ -8y(x-2) = 0\ (2) \end{cases}$ $TH1: y = 0$ thay vào pt (1) ta được $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 2$ $Th2: x = 2$ thay vào pt (1) ta được $-4y^2 = 0 \Leftrightarrow y = 0$ Điểm tới hạn $A(0;0), B(2;0), C(-2;\ 0)$ Ta có $f_{xx} = 3x^2 - 4, f_{xy} = -8y, f_{yy} = -8x + 16$, $D = f_{xx}f_{yy} - (f_{xy})^2$	0.5 0.5

Điểm dừng	f_{xx}			D	Kết luận
A(0;0)	-4<0			-64<0	A là điểm yên ngựa
B(2;0)	8			0	$d^2f(B) = 8dx^2 > 0$, f đạt cực tiểu tương đối tại B
C(-2, 0)	8>0			256>0	f đạt cực tiểu tương đối tại C

0.5

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại B(2;0) và $C(-2, 0)$, $f_{min}(B) =$, $f_{min}(C) =$

5		Hoành độ giao điểm $x=2-x \Leftrightarrow x=1$ $I=\iint_D (2xy-x)dA=\int_0^1\int_y^{2-y}(2xy-x)dxdy$ $=\int_0^1\left[x^2y-\frac{x^2}{2}\right]\Big\vert_y^{2-y} dx=\int_0^1[(2-y)^2y-\frac{(2-y)^2}{2}-y^3+\frac{y^2}{2}]\,dy$ $I=-1/3$ Cách 2: $I=\int_0^1\int_0^x(2xy-x)dydx+\int_1^2\int_0^{2-x}(2xy-x)dydx$	0.25 0.5 0.5 0.25
6		Giao tuyến $\begin{cases} z=6-\sqrt{x^2+y^2}\\ z=x^2+y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=4\\ z=4\end{cases}$ Đổi biến sang tọa độ trụ $x=rcos\theta, y=rsin\theta, z=z$ Khi đó $K=\int_0^{2\pi}\int_0^2\int_{r^2}^{6-r} r^2\cos^2\theta\ .z.r\ \ dz\,dr\,d\theta$ $K=\int_0^{2\pi}\cos^2\theta\ d\theta.\int_0^2 r^3.\frac{z^2}{2}\Big\vert_{r^2}^{6-r} dr$ $=\frac{\pi}{2}.\int_0^2\left(r^3(6-r-r^2)\right)dr=72\pi/15$	0.5 0.5 0.5
7	1	$\overrightarrow{AB}=\langle 1,2,0\rangle$ Pt đường thẳng AB là $x=1+t, y=2+2t, z=3, t\in\mathbb{R}$ $x'_t=1, y'_t=2, z'_t=0$ Công thực hiện bởi trường lực **F** cần tìm là W $=\int_C \mathbf{F}.d\mathbf{R}=\int_C[xzdx+4ydy-3dz]$ $W=\int_0^1[(1+t).3+8(2+2t)]dt=57/2$	0.5 0.25 0.25
	2	div **F** $=z+4$ **curl F** $=\langle 0,x,0\rangle$ Trung điểm $M\left(\frac{3}{2},3,3\right)$ div$\mathbf{F}(M)=7$, **curl F**$(M)=\langle 0,\frac{3}{2},0\rangle$	0.25 0.25 0.25 0.25